Preisaufgabe der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen

für das Jahr 1901.

Es soll für einen beliebigen Zahlkörper das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste entwickelt werden, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.

Erläuterung. Es sei l eine ungerade Primzahl, ζ eine von 1 verschiedene l^{te} Einheitswurzel und k ein beliebiger algebraischer Zahlkörper, welcher die Zahl ζ enthält. Bedeuten dann ν, μ irgend zwei ganze Zahlen des Körpers k und $\mathfrak{w}$ irgend ein Primideal in k, so lässt sich das allgemeinste Reciprocitätsgesetz für l^{te} Potenzreste im Zahlkörper k durch die Gleichung

$$\prod_{(\mathfrak{w})} \left\{\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right\} = 1$$

darstellen. Hierin erstreckt sich das Product über sämmtliche Primideale $\mathfrak{w}$ des Körpers k, und das Symbol

$$\left\{\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right\}$$

bezeichnet eine in geeigneter Weise zu definirende und durch die Zahlen ν, μ, sowie das Primideal $\mathfrak{w}$ eindeutig bestimmte l^{te} Einheitswurzel.*)

Es soll dieses Reciprocitätsgesetz für l^{te} Potenzreste dem vollen Inhalte nach ausgeführt und wenigstens in einigen ausgezeichneten Specialfällen oder unter geeigneten vereinfachenden Annahmen bewiesen werden. Besonderer Werth wird auf die Ausrechnung von

---

*) Vergl. D. Hilbert, Theorie der algebraischen Zahlkörper, Theil V Cap. XXVIII—XXXVI. Berichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1897.

Zahlenbeispielen gelegt, die zur Erläuterung und Bestätigung des genannten Reciprocitätsgesetzes passend erscheinen.

Der Preis beträgt 1000 Mark.

Die Bewerbungsschriften müssen bis zum 1. Februar 1901 einem der Secretäre der Gesellschaft eingeliefert werden. Sie sollen mit einem Spruch versehen und von einem verschlossenen Brief begleitet sein, der aussen den Spruch trägt, der die Arbeit kennzeichnet, und innen den Namen und Wohnort des Verfassers.